FÍSICA MODERNA

Respostas da Lista 5

1. (a) Quando $\lambda \to 0$ o primeiro fator diverge com λ^{-5}, mas o segundo vai a zero exponencialmente, o que torna este comportamento dominante; portanto, $I(\lambda,T) \to 0$. Quando $\lambda \to \infty$, o primeiro fator vai a zero com λ^{-5} e o segundo cresce linearmente; portanto, $I(\lambda T) \to 0$ também. Entre 0 e ∞, ambos os fatores são positivos, o primeiro decrescente e o segundo crescente, ambos monotonamente. Portanto, seu produto é positivo, com um único máximo (quando $\lambda \approx 0{,}2\ hc/kT$).
   (b) (i) $I(T) = \int_0^\infty I(\lambda,T)\, d\lambda = 2\pi hc^2 \int_0^\infty 1/(e^{hc/\lambda kT} - 1)\, d\lambda/\lambda^5$
   Fazendo a substituição $x = hc/\lambda kT$, resulta $I(T) = 2\pi k^4T^4/h^3c^2 \int_0^\infty x^3/(e^x - 1)\, dx = \sigma T^4$, onde $\sigma = 2\pi k^4/h^3c^2 \int_0^\infty x^3/(e^x - 1)\, dx$
   (ii) Como a integral acima vale $\pi^4/15$, resulta $\sigma = 2\pi^5k^4/(15h^3c^2)$

2. (a) $E_\gamma = hc/\lambda = 1{,}24 \times 10^{-4}$ eV $\approx 0{,}1$ meV
   (b) $\lambda = hc/E_\gamma = hc/kT = 4{,}8 \times 10^6$ nm $= 4{,}8$ mm

3. (a) $E_\gamma = hc/\lambda_{max} = \phi$, e $\lambda_{max} = hc/\phi = 650$ nm
   (b) $K_{max} = (hc/\lambda) - \phi = 0{,}6$ eV

4. (a) Se n é o número de fótons emitidos por segundo, a potência é $P = nhf = nhc/\lambda$. Tomando $\lambda = 550$ nm, temos $n = P\lambda/hc = 8 \times 10^{18}\ s^{-1} \approx 10^{19}$ por segundo.
   (b) A uma distância r = 3 m, estes fótons estão espalhados mais ou menos uniformemente numa área de $4\pi r^2$. Como a área da pupila é $\pi d^2/4$, o número de fótons que entra na pupila a cada segundo é $N = n\, \pi d^2/4/(4\pi r^2) = 6 \times 10^{10}$ por segundo.
   (c) Este número é 8 ordens de grandeza maior que o mínimo visível.

5. (a) $E = (M_i - M_f)\, c^2 = [4\, m_p - (m_{nuc}(^4He) + 2\, me)]\, c^2 = 0{,}0265\ u\, c^2 \approx 25$ MeV (u é a unidade de massa atômica)
   (b) Como E_γ é proporcional a $1/\lambda$, o número de fótons visíveis que derivam de um gama é $N = E_\gamma/E_{vis} = \lambda_{vis}/\lambda_\gamma = 2{,}2 \times 10^6$ fótons.

6. A frequência crítica é determinada pela condição $hf_0 = \phi$. Logo, $f_0 = \phi/h = 1{,}1 \times 10^{15}$ Hz, e $\lambda_0 = c/f_0 = 270$ nm
   (i) $K_{max} = E_\gamma - \phi = 1{,}6$ eV
   (ii) $K_{max} = -0{,}5$ eV, e a resposta negativa nos relembra que não há fotoelétrons emitidos abaixo (acima) da frequência crítica (do comprimento de onda crítico)

7. Da condição de Bragg, o comprimento de onda dos raios X é $\lambda = 2d \text{ sen } \theta = 0{,}192$ nm, que corresponde a fótons de energia $E_\gamma = 6470$ eV. Portanto, os elétrons que produziram estes raios X deveriam ter no mínimo esta energia, e a voltagem aceleradora deve ser de 6470 V no mínimo.

8. (a) $p = p_0mc/(mc + 2p_0)$

(b) quando $\theta = \pi$, a fórmula de Compton implica em que $\lambda = \lambda + 2h/(mc)$. Fazendo $\lambda = h/p$ e $\lambda_0 = h/p_0$, obtemos a expressão do item (a).

9. (a) A energia total é E_{tot} = potencia x tempo = 10^5 J. Como cada fóton satisfaz a $p = E/c$, o mesmo vale para p_{tot} e E_{tot}. Logo, $p_{tot} = E_{tot}/c = 0{,}00033$ kg.m/s
(b) Por conservação do momento, $p_{corpo} = p_{tot}$. Logo, $v_{corpo} = p_{tot} / m = 0{,}33$ m/s
(c) $K_{corpo} = ½\ mv^2 = 5{,}5 \times 10^{-5}$ J. Quase todos os 10^5 J absorvidos se transformam em energia térmica.